

**Objectif** : simuler et modéliser une expérience aléatoire.

Un magasin organise le jeu suivant : on installe trois urnes, dans lesquelles sont placés des jetons verts et bleus.

Dans la première urne, on compte 1 jeton vert et 3 jetons bleus ; dans la deuxième, il y a 1 jeton vert et 7 jetons bleus.

Enfin, dans la dernière, il n'y a que des jetons bleus.

Pour jouer, chaque client du magasin reçoit à la caisse un numéro (choisi au hasard) entre 1 et 3 ; puis il va tirer au hasard un jeton de l'urne correspondant au numéro obtenu.

S'il obtient un jeton vert, le client gagne un bon d'achat de 5 euros. Sinon il ne gagne rien.

Dans tous les cas, il remet le jeton dans l'urne.

**A Conjecturer à l'aide d'un tableur**

1) Utiliser un tableur pour simuler la participation de 1 000 clients au jeu.

On fera afficher la fréquence des gains, le gain moyen sur 1 000 parties et la somme totale offerte par le magasin en bons d'achat.

	A	B	C	D	E	F
1	Numéro entre 1 et 3	Jeton tiré dans l'urne	Gain			
2	2	2	- €			
3	3	2	- €			
4	1	2	- €			
5	2	7	- €	Fréquence du gain	0,125	
6	1	3	- €			
7	1	4	- €	Gain total	625,00 €	
8	3	2	- €	Gain moyen	0,63 €	
9	1	3	- €			
10	1	2	- €			
11	1	4	- €			
12	1	2	- €			
13	1	1	5,00 €			
14	2	8	- €			
15	1	1	5,00 €			
16	3	2	- €			
17	2	5	- €			
18	1	2	- €			
19	2	4	- €			
20	2	6	- €			
21	2	7	- €			
22	3	2	- €			
23	3	2	- €			
24	1	1	5,00 €			

**Indications :**

- Pour choisir un entier au hasard entre 1 et n, on peut utiliser la formule :  

$$= ALEA.ENTRE.BORNES(1;n)$$
 ou bien 
$$= ENT(ALEA()*n) + 1$$
.  
 (Formules dans les colonnes A et B).
- Pour les tirages dans les urnes, on peut utiliser des **SI** imbriqués.  
 (Formule dans la colonne B)
- Pour le gain d'une partie, on peut utiliser encore un **SI**.  
 (Formule dans la colonne C)
- Pour calculer la fréquence des gains (pour les 1 000 parties), on utilise :  

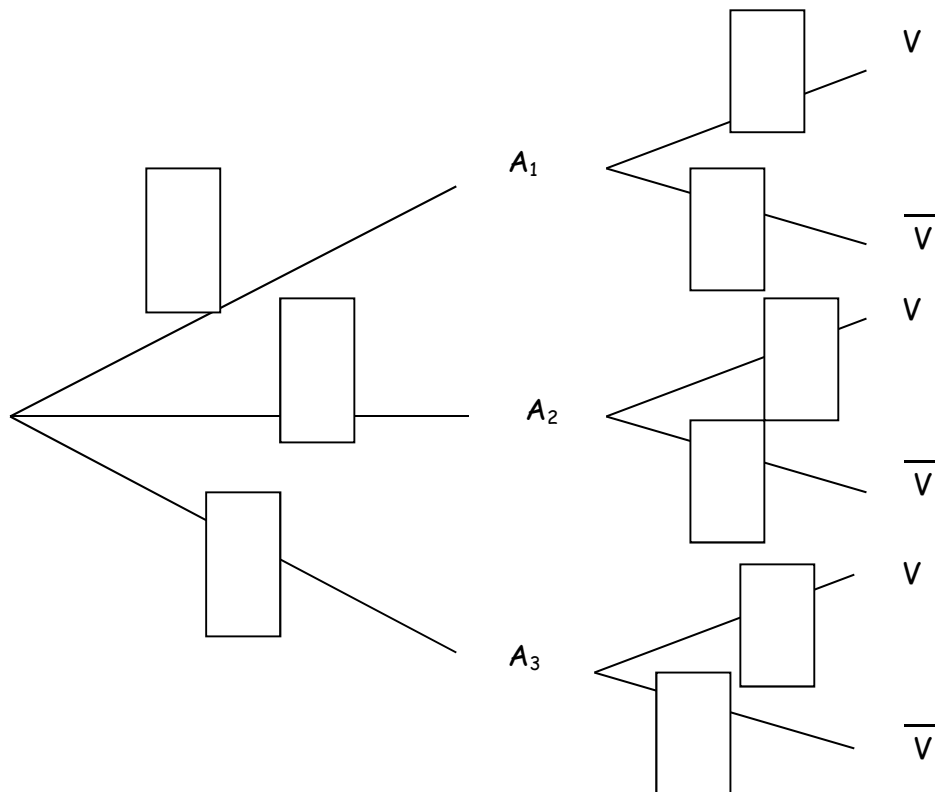
$$=NB.SI(C :C ;5)/1000$$
  
 (Formule dans la cellule E5)
- Pour obtenir le gain total, on utilise  $=SOMME(C :C)$   
 (Formule dans la cellule E7)
- Appuyer sur F9 pour refaire une simulation.

2) Réaliser 20 simulations de 1 000 clients et noter les fréquences et les gains.

Quelle conjecture peut-on émettre concernant la probabilité pour un client de gagner à ce jeu ?  
 Quel budget peut prévoir le responsable, si le magasin reçoit environ 1 000 clients ?

**B Démontrer**

- 1) Pour  $i$  entier entre 1 et 3, on note  $A_i$  l'événement « le tirage se fait dans l'urne n° $i$  ».
  - a) Quelle est la probabilité de  $A_i$  ?
  - b) On note  $V$  l'événement « le client tire un jeton vert ». Déterminer les probabilités  $P_{A_1}(V)$ ,  $P_{A_2}(V)$  et  $P_{A_3}(V)$ .
- 2) Compléter l'arbre ci-après puis calculer la probabilité que le client obtienne un jeton vert.



- 3) On appelle  $G$  la variable aléatoire qui au jeton obtenu associe le gain. Donner la loi de probabilité de  $G$  en justifiant. Déterminer l'espérance de  $G$  et indiquer le gain moyen sur 1000 clients.

**C Pour aller plus loin**

Florian dispose de deux boîtes opaques, de 3 billes rouges et 3 billes vertes. Juliette doit répartir les billes dans les boîtes (chaque boîte contient au moins une bille), puis Florian choisira au hasard une boîte, puis une bille dans la boîte. Il a promis à Juliette que, s'il ne tirait pas une bille rouge, il lui offrirait le cadeau dont elle rêve. Comment Juliette doit-elle répartir les billes pour maximiser ses chances d'avoir le cadeau ?