Première TP Info : Suites récurrentes

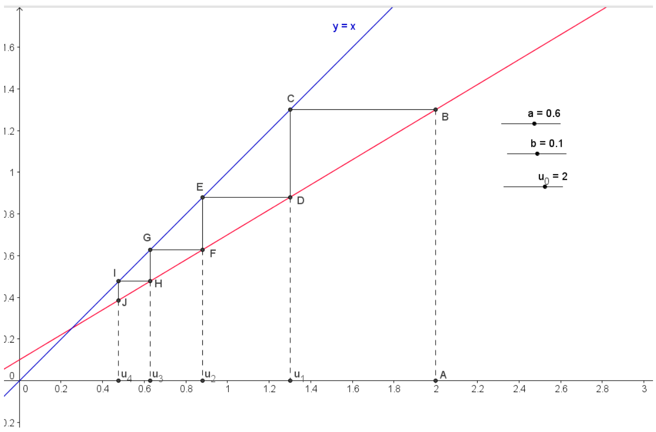
Utilisation de GeoGebra et d'un algorithme pour calculer les termes d'une suite

A Etude graphique d'une suite définie par une relation de récurrence

a et b sont deux nombres. (u_n) est la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 \text{ donné} \\ u_{n+1} = a \times u_n + b \end{cases}$$

L'objectif est de représenter graphiquement les premiers termes de la suite (u_n) et d'observer l'influence des nombres a, b et u_0 sur la nature de la suite.

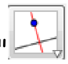
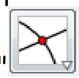
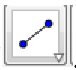


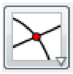
1) Réaliser la figure

a) Créer trois curseurs a, b et u_0 (saisir u_0).
Pour l'intervalle des trois curseurs, on prendra min : -5; max : 5; incrément : 0,1.
Dans un premier temps, choisir, $u_0 = 2$, $a = 0,6$ et $b = 0,1$.
b) Créer la fonction f définie par $f(x) = ax + b$ et la droite d'équation $y = x$.

La suite (u_n) est définie par $\begin{cases} u_0 \text{ donné} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

c) Créer dans l'ordre, comme sur la vue d'écran, le point A de coordonnées $(u_0;0)$

(saisir $A = (u_0,0)$), puis les points B, C, D, E, F, G, H, I en utilisant les outils "droite perpendiculaire" , "intersection entre deux objets"  et "segments entre deux points" .

d) Sachant que toutes les droits tracées sont perpendiculaires à un des axes, justifier que les coordonnées du point B sont $(u_0;u_1)$ et que celles de C sont $(u_1;u_1)$.
En déduire les coordonnées des points D, E, F, G, H, I.
e) Créer alors les points de l'axe des abscisses correspondants aux nombres u_1, u_2, u_3 et u_4 en utilisant l'outil "intersection entre deux objets". 

2) Conjecturer avec GeoGebra et démontrer

a) Les curseurs étant ceux de la vue d'écran, pourquoi peut-on conjecturer que la suite (u_n) n'est pas arithmétique ?
A l'aide du curseur, faire varier u_0. Cela modifie-t-il la conjecture ?
b) Mettre les trois curseurs à 1. Que constate-t-on ? Conjecturer la nature de la suite, puis le démontrer.
Faire varier b, en prenant éventuellement des valeurs négatives. Cela semble-t-il changer la nature de la suite ? Que représente b lorsque a = 1 ? Le démontrer.
c) Choisir $u_0 = 1$ et $b = 0$. Faire varier a (a non nul). Conjecturer la nature de la suite lorsque $b = 0$. Le démontrer.

B Algorithme qui détermine les premiers termes d'une suite définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$

1) Algorithme

On se donne une fonction f définie sur ℕ.
On considère la suite (u_n) définie par la donnée de son premier terme u_0 et par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.
Ecrire un algorithme qui calcule et affiche les n premiers termes de la suite.

2) Implémenter cet algorithme sur la calculatrice et sur AlgoBox