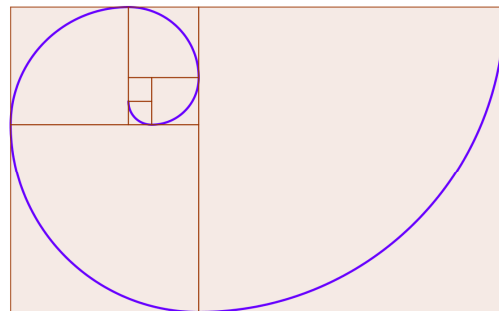


On dessine deux carrés de côté 1, l'un au dessus de l'autre. On construit ensuite une séquence de carrés dans le sens trigonométrique (antihoraire) comme l'indique la figure ci-contre.

Enfin, on trace les quarts de cercles pour obtenir "la spirale de Fibonacci".



- 1) On note  $r_n$  le rayon du  $n^{\text{ième}}$  quart de cercle de la spirale.
  - a) Donner les valeurs exactes de  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$ .
  - b) Pour tout entier  $n \geq 2$ , exprimer  $r_{n+1}$  en fonction de  $r_n$  et  $r_{n-1}$ .
- 2) On note  $l_n$  la longueur du  $n$ -ième quart de cercle de la spirale.
  - a) Que valent  $l_1$ ,  $l_2$  et  $l_3$  ?
  - b) En déduire la longueur de la spirale formée par les trois premiers quarts de cercle.
- 3) a) Exprimer pour  $n \geq 1$ ,  $l_n$  en fonction de  $r_n$
- b) En déduire la somme  $l_1 + l_2 + \dots + l_n$  en fonction de  $r_n$ .
- c) Combien de carrés doit-on construire pour obtenir une spirale dont la longueur dépasse  $2011 \times \frac{\pi}{2}$  ?

Cette question invite à calculer les termes de la suite  $(l_n)$  tant que  $r_1 + r_2 + \dots + r_n \leq 2011$ . C'est l'objet de l'algorithme ci-dessous.

**Début**

**Données :**

$A, B, C, R, N$  : nombres entiers

**Traitement**

$A \leftarrow 1$

$B \leftarrow 2$

$R \leftarrow 1$

$N \leftarrow 1$

**Tant que**  $R \leq 2011$  **Faire**

$C \leftarrow A + B$

$A \leftarrow B$

$B \leftarrow C$

$R \leftarrow R + A$

$N \leftarrow N + 1$

**Fin Tant Que**

**Sortie**

Afficher "Il faut construire " +  $N$  + " carrés"

**Fin**

- 4) Implémenter cet algorithme avec AlgoBox ou bien une calculatrice et répondre à la question posée.