

Objectif : Comparer les croissances de suites arithmétiques et géométriques

A Hypothèse de Malthus

En 1800, l'Angleterre comptait 8 millions d'habitants et l'agriculture anglaise permettait de nourrir 10 millions d'habitants. L'économiste Malthus (1766-1834) avait émis l'hypothèse suivante :

- chaque année, l'Angleterre voit sa population s'accroître de 2%.
- chaque année, l'amélioration des moyens agricoles permet de nourrir 400 000 personnes supplémentaires.

a) Traduire en terme de suites, les deux phrases de l'hypothèse de Malthus.

b) A l'aide d'un tableur, déterminer à partir de quelle année l'agriculture anglaise ne suffit plus pour nourrir la population.

On pourra utiliser le modèle de tableau ci-contre et écrire les formules adéquates dans les cellules de la ligne 3.

	A	B	C	D	E
1	Année	Rang de l'année	$u(n)$ (en millions)	$v(n)$ (en millions)	$v(n) > u(n) ?$
2	1800	0	10	8	FAUX
3	1801				

c) Ecrire un algorithme en pseudo-code qui permet aussi de répondre à la question précédente.

Implémenter cet algorithme sur AlgoBox ou sur une calculatrice.

d) Quelle inéquation ou équation d'inconnue n l'année à partir de quelle année l'agriculture anglaise ne suffit plus pour nourrir la population permet de répondre au problème.

Savez-vous résoudre cette inéquation.

Utiliser XCas et la commande `resoudre_numerique` pour répondre au problème avec un logiciel de calcul formel.

e) Il n'y a pas eu de famine en Angleterre à la fin de 19^{ème} siècle.

A votre avis, comment peut-on expliquer que l'hypothèse de Malthus était fautive ?

B Des augmentations de salaire

Lors de son embauche en janvier 2010 un futur employé doit choisir entre deux propositions faites par son employeur concernant l'évolution de son salaire :

Proposition A : son salaire mensuel augmente d'un montant fixe représentant 6% du salaire initial.

Proposition B : son salaire mensuel augmente de 4,5% chaque année.

On note $u(n)$ le salaire mensuel à la n -ième année pour ($u(1)$ est le salaire la première année) s'il choisit la proposition A.

On note $v(n)$ le salaire mensuel à la n -ième année ($v(1)$ est le salaire la première année) s'il choisit la proposition B.

1) Son salaire d'embauche est de 1 200 €.

Faire une étude sur Excel en se basant sur la partie A pour déterminer à partir de quelle année le salaire de la proposition B est supérieur à celui de la proposition A.

2) Si on change le salaire d'embauche, la réponse à la question précédente est-elle changée ? Observer le résultat en changeant le salaire initial dans la feuille de calcul puis justifier la réponse par un raisonnement mathématique.

3) On souhaite étudier à partir de quelle année la proposition B est plus intéressante que la proposition A en cumulant les salaires annuels.

Adapter votre feuille Excel pour répondre à cette question.

Le résultat dépend-il du salaire initial ?

4) En utilisant les formules donnant la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique, écrire l'équation à résoudre pour répondre à la question 3))

Utiliser XCas pour vérifier le résultat donné par le tableur.

Justifier également la réponse à la dernière question du 3) (le résultat dépend-il du salaire initial) par un raisonnement mathématique.